

# Übungen zur FP-Einführungsvorlesung

## Statistische Methoden

Blockkurs, August 2011

Prof. Dr. K. Jakobs, Dr. R. Bernhard, Dr. Kr. Lohwasser

### Aufgabenblatt 3

Donnerstag, 24. August 2011

#### 1. Varianz des gewichteten Mittelwerts

Benutzen Sie die Fehlerfortpflanzung, um aus der Formel für das gewichtete Mittel

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_j \frac{1}{\sigma_j^2}}$$

die Varianz des gewichteten Mittels herzuleiten. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Einzelmessungen  $x_i$  unabhängig voneinander sind.

#### 2. Fehlerfortpflanzung

Masse und Geschwindigkeit eines Teilchens seien mit  $m$  und  $v$  bezeichnet, ihre Messfehler mit  $\Delta m = \sqrt{\sigma^2(m)}$  und  $\Delta v = \sqrt{\sigma^2(v)}$ . Die Messungen werden als unabhängig angenommen, d.h.  $\text{cov}(m, v) = 0$ . Weiterhin seien ihre relativen Messfehler bekannt:

$$\Delta m/m = a \quad , \quad \Delta v/v = b \quad .$$

(a) Betrachten Sie den Impuls  $p = mv$  und die kinetische Energie  $E = \frac{1}{2}mv^2$  des Teilchens und berechnen Sie  $\sigma^2(p)$ ,  $\sigma^2(E)$ ,  $\text{cov}(p, E)$  und die Korrelation  $\rho(p, E)$ . Diskutieren Sie die Korrelation für die Spezialfälle  $a = 0$  bzw.  $b = 0$ .

Hinweis: Bilden Sie Vektoren  $\vec{x} = (m, v)$  und  $\vec{y} = (p, E)$  und nähern Sie  $\vec{y} = \vec{y}(\vec{x})$  durch eine lineare Transformation an.

(b) Die Messwerte für  $E$ ,  $p$  und die Kovarianzmatrix seien bekannt. Berechnen Sie die Masse  $m$  und deren Fehler. Benutzen Sie die Ergebnisse aus (a), um den Zusammenhang zu verifizieren.

#### 3. Korrelierte Fehler

Auf einer Baustelle wird das Gewicht des abtransportierten Bodens durch Wiegen der Lastwagen vor und nach dem Beladen festgestellt. Die hierfür verwendete Waage hat eine Genauigkeit von 1% des Gewichts, ist jedoch nur auf 5% geeicht.

(a) Bestimmen Sie die Kovarianzmatrix der beiden Messungen (leerer bzw. voller LKW).

(b) Wie berechnet sich der Fehler auf das Gewicht des geladenen Bodens?

(c) Welcher Wert und welcher Fehler des Gewichts des abtransportierten Bodens ergibt sich bei einem Leergewicht von 10 t und einem Gewicht des beladenen LKW's von 25 t? Welche Werte würden sich unter Vernachlässigung der Korrelationen ergeben?

#### 4. Fehler der Korrelationsbestimmung

Nach einer Umfrage unter 15 Schülern sind Noten in den Fächern Physik und Fremdsprachen antikorreliert mit einem Korrelationskoeffizienten von  $-0.11$ . Berechnen Sie den Fehler dieser Schätzung. Ist die beobachtete Korrelation signifikant?